





LUMA ('luma'; lu-'ma' del conjunto 'ludo-matemáticas');
un universo de formas y colores; posibilidades y números.

A lo largo de este Manual para Formadores conoceremos juntos los múltiples sistemas, expansiones y productos que componen a la familia de juguetes ludo-matemáticos **LUMA**: módulos manipulables en madera, cordón y demás materiales, cuyos nueve colores representan los números de nuestro sistema decimal. Sus tamaños y formas variadas nos invitan a descubrir tantas maneras de interactuar entre ellas, como la diversión nos revele posibles: el *apilar* un bloque **rojo** y uno **azul** sobre uno **morado**; el cual, a su vez, *sostiene* por medio de un **verde**, al *conectar* con un par **blanco-negro** invertido en la cima. Observemos si esta estructura es estable o colapsa -y, en su caso, ¡volver a intentarlo!-.

Si las oraciones anteriores tuvieron poco sentido, no se preocupen -esto es apenas el comienzo-.

En cada uno de los mundos posibles con **LUMA**, cada niña, niño y formador son provistos de las más importantes herramientas: las preguntas formuladas dentro de su cabeza. Al momento de tomar en sus manos las piezas *Luma*, verán potenciados los recursos para responderlas; a la vez que generarán nuevas y más complejas preguntas. ¡Qué emoción!

Mientras tanto, algunas que seguro nos ocurrirán juntos:

- *"Si a cada tamaño particular le corresponde un color específico, ¿por qué varía su forma?"*
- *"¿Por qué dos piezas rojas funcionan igual que una amarilla?"*
- *"¿Cómo construir con piezas del mismo tamaño, si se me ha agotado ya un color?"*

En el proceso de responderlas, por medio de **LUMA** jugaremos con colores que -a la vez- son números. Ejercitaremos la coordinación visual y motriz, manipulando objetos que (¡aunque no lo sepamos!) representan operaciones simples con cantidades complejas. Veremos surgir estructuras hermosas sin la necesidad de un instructivo: comprendiendo que su belleza provino del orden que dimos nosotros.

¡Bienvenidos a **LUMA**!

- Adrián Regnier
LUMA (15.4.2020)



I. LUMA - PRESENTACIÓN

LUMA es un juguete y sistema de juego manipulable para niños y niñas de 0 a 6 años de edad, basado en piezas de madera, cordón y demás materiales en tamaños modulares, de nueve colores específicos. Juntas, son la base de un modelo de enseñanza de matemáticas, lógica y abstracción espacial nuevo en México, llamado *Luma* (abreviado de 'ludo-matemáticas'): en el cual la ludotecnia y el juego son ejes fundamentales en el desarrollo de aptitudes múltiples dentro del salón de clases y el entorno familiar.

II. LUDO-MATEMÁTICAS: FILOSOFÍA Y MISIÓN

La visión primordial detrás de la creación de LUMA, propone un nuevo estándar para la aproximación temprana e integral a una de las herramientas instrumentales en la formación del individuo: las matemáticas. Como lenguaje universal subyacente a muchos otros, la familiarización afectiva y efectiva con las matemáticas en las primeras etapas de la vida, es elemental para el desarrollo de esta y múltiples aptitudes más. Su rol en el entramado de conocimientos es de primer orden -por ejemplo-: la comprensión afectiva de sistemas numerales, bien puede ser la diferencia entre una aritmética que resulte tan operativa como aburrida; o una que nos lleve a comprender la propiedad identitaria de uno, y por ende, la de los demás.

En servicio de la precisión que su uso requiere, múltiples modelos de enseñanza matemáticos concentran la atención de los niños en modelos probatorios donde el aprendizaje es colapsado de forma binaria entre dos únicas posibilidades: el *acierto* o el *error*. Donde el primero establece las bases para un ejercicio simplemente utilitarista de las matemáticas ("*las tablas de multiplicar se tienen que aprender 'bien'*"), el segundo tiene implicaciones catastróficas. La sombra larga y lúgubre de "*ser malo/mala para las matemáticas*" sin duda ha eclipsado más carreras y descubrimientos de los que ningún sistema numeral podría contar.

Y, sin embargo, las matemáticas están en todos lados. El suyo es un lenguaje para todas las cosas, que -de escucharlo- cuenta las impresionantes historias que rigen a una y todas las partes: cómo una gota multiplica en océano; o la proporción que guarda un pétalo, respecto de toda su rosa. Frente a un virus, explican su esparcimiento geométrico; y, también el que detrás de la curva, se esconde la cura.

Desde estos (¡y muchos más!) ejemplos a menudo eludidos, LUMA propone un esquema paralelo de aproximación sucesiva, para el establecimiento de un modelo de *trabajo-juego* complementario a las piezas y módulos físicos. Uno donde la experimentación y diversión integran las inteligencias múltiples de manera retroalimentativa, generando *saberes-aprendizajes* de naturaleza sistémica: **la Formación Global Integrativa**. ¡Descubramos juntos cómo funciona!

III. INTRODUCCIÓN A LA FORMACIÓN GLOBAL INTEGRATIVA: LA ESTACIÓN DE TRABAJO™ LUMA

LUMA es más que la suma de sus partes: es una filosofía activa, la cual establece al **juego-trabajo** como la disciplina que engloba prácticas, conceptos y palabras de otra manera complicadas: es a la vez *aprendizaje, método, modelo y experimento*. Veamos cómo surge este concepto.

Jugando es cómo -desde muy pequeños- nos aproximamos al mundo afuera (¡tan complejo!), para adquirir las herramientas que conformen por dentro, nuestro mundo interno. Al jugar, tomamos muy en serio el entorno del que se distingue el juego, para articular desde una distancia lúdica -segura-, la imitación y el simulacro. Este delicado equilibrio vincula la creación plena y divertida, con su necesario soporte por el mundo externo -cuando regresamos del juego, la diversión vivida amortigua la complejidad de las enseñanzas y crecimientos tangiblemente experimentados-: “¿Cómo es que ganamos o perdimos?”; “¿qué personajes disfrutamos; cuáles no?”; “¿cómo ampliar tal o cual aspecto, para divertirse más y mejor?”. Las respuestas formuladas constituyen el entramado de aprendizajes que, invariablemente, se desarrollan y crean junto con el niño. De fundamental importancia, entendamos que el trabajo de los niños es desarrollarse conociendo un juego tan pleno, como nutrido les sea posible. Que, si les preguntan, puedan responder “mi trabajo es el juego”. Enhorabuena: suyo es el **juego-trabajo**. Desde este concepto, Luma pronuncia su máxima propuesta: **la experiencia lúdica es un gran experimento, donde el conocimiento se descubre como sinónimo de la diversión**.

La clave para volver estos conceptos realidad, resta ya en manos de ustedes -niñas, niños y formadores-: **la Estación de Trabajo™ LUMA**. Junto con el presente compendio de sugerencias, estrategias y ejercicios, la *Estación de Trabajo* perderá lo serio que hay en su nombre, para familiarizarlos con la *Formación Global Integrativa*: la filosofía e involucramiento activo del juego en cada aspecto de la vida.

Pero, primero lo primero: ¿qué es **la Estación de Trabajo™ LUMA**?

Diseñada como un gabinete de juego fácilmente transportable, donde sea que abramos sus puertas la Estación de Trabajo se vuelve el centro de juego, relajamiento, y trabajo del modelo Luma. En su interior contiene suficientes *Kits Básicos Luma* (¡así como sus primeras tres expansiones!) para seis niñas, niños y formadores. Sus cuatro cajones organizadores brindan a la sesión de *juego-trabajo*, la posibilidad de concentrarse en el contenido de uno sólo -o expandir sus posibilidades con el contenido del resto-. Para los más pequeños (1 a 3 años), el reverso de los cajones grandes es una *Plataforma Guía*; la cual asiste el ensamblado y juego con los bloques. Para los formadores, la precisión de sus compartimientos ayuda a reforzar a los niños que en guardar las piezas al final del juego, también puede haber mucha diversión.

Esto es sólo el comienzo; pasemos a la siguiente página: ¡conozcamos todo lo que contiene la *Estación*!

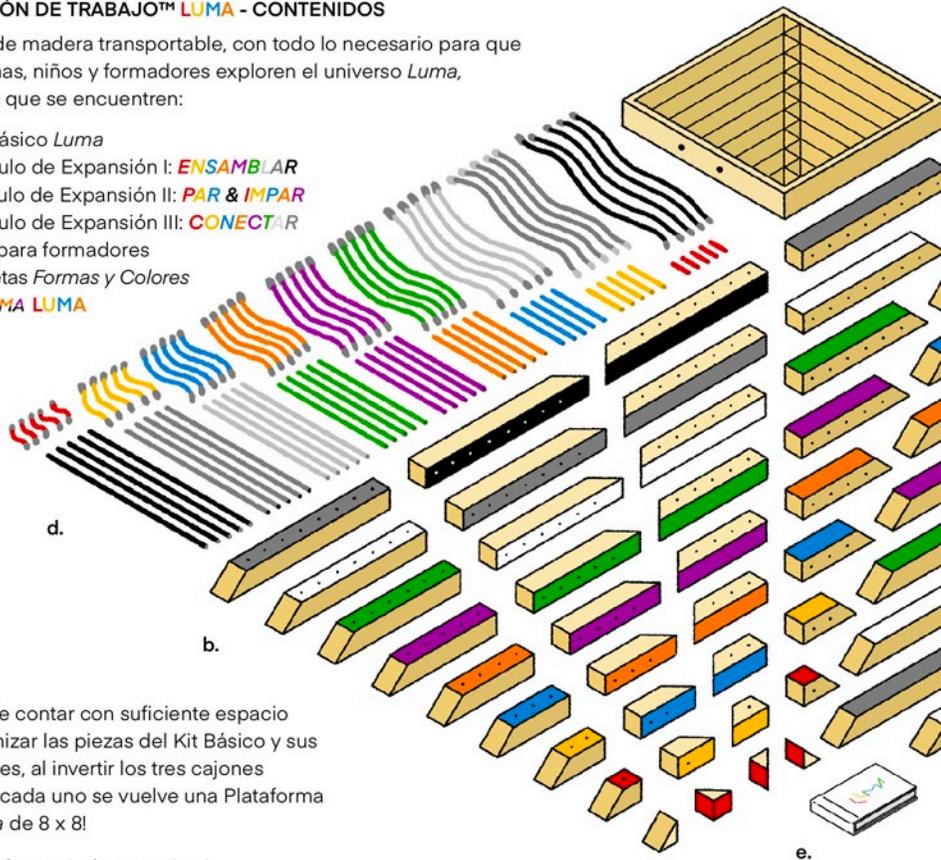




IV. ESTACIÓN DE TRABAJO™ LUMA - CONTENIDOS

Gabinete de madera transportable, con todo lo necesario para que hasta 6 niñas, niños y formadores exploren el universo *Luma*, donde sea que se encuentren:

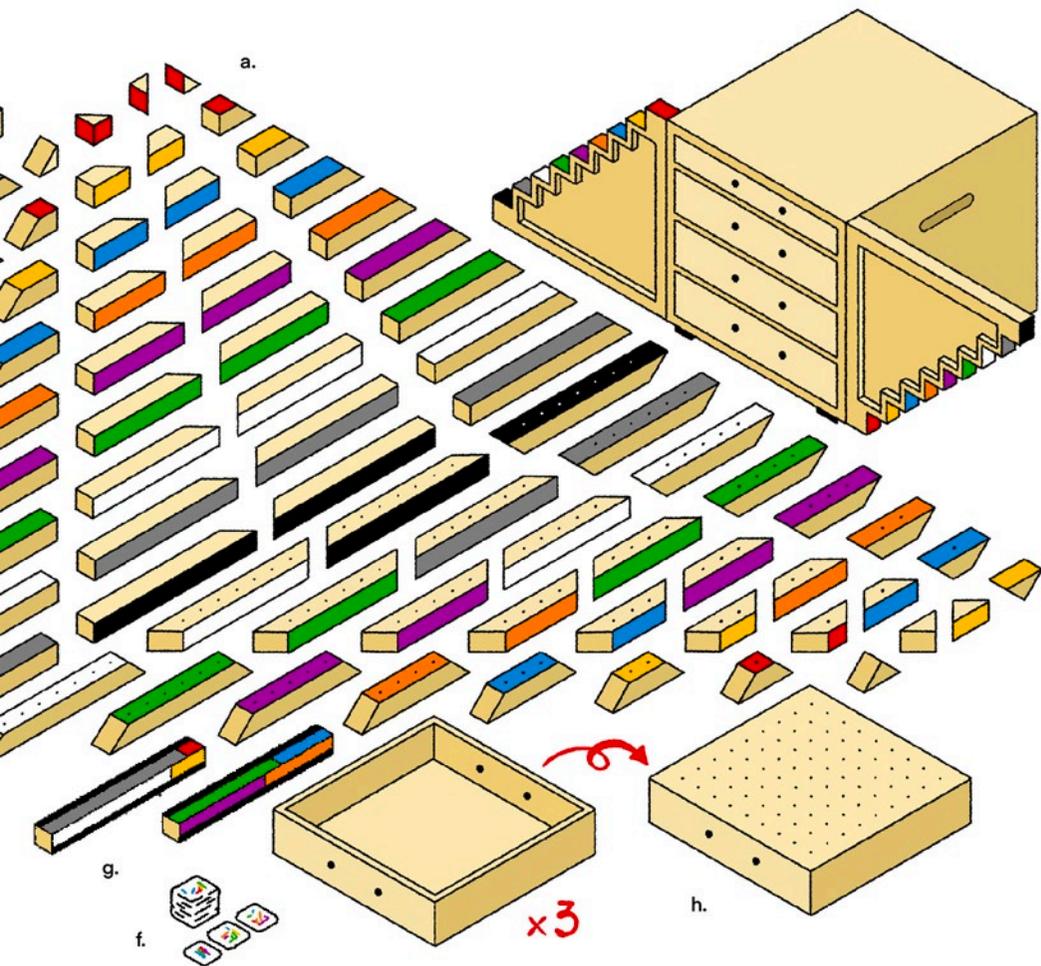
- a. 4 x Kit Básico *Luma*
- b. 2 x Módulo de Expansión I: **ENSAMBLAR**
- c. 2 x Módulo de Expansión II: **PAR & IMPAR**
- d. 2 x Módulo de Expansión III: **CONECTAR**
- e. Manual para formadores
- f. 20 x Tarjetas *Formas y Colores*
- h. 2 x **NORMA LUMA**



Además de contar con suficiente espacio para organizar las piezas del Kit Básico y sus expansiones, al invertir los tres cajones inferiores ¡cada uno se vuelve una Plataforma Guía *Luma* de 8 x 8!

- h. 3 x Plataforma Guía *Luma* 8 x 8

¡Atención formadores, niñas y niños! las siguientes páginas describen a detalle, el modelo de enseñanza **LUMA**. Si lo que ustedes quieren es empezar a **jugar-trabajar ya**, salten a la descripción del *Kit Básico*, sus expansiones y mecánicas. ¡Ahí encontrarán todo lo necesario para comenzar!



V. POBLACIONES ESPECÍFICAS A LAS QUE SE DIRIGE LA FAMILIA LUMA

Antes de continuar nuestro proceso de aprendizaje con los bloques *Luma*, es importante reflexionar no sólo en qué momento llegará LUMA a la vida de los niños y sus formadores: sino también distinguir cómo las mismas piezas y sistemas pueden ofrecer a todos, diferentes modelos de aprendizaje y diversión. Si bien la familia de juguetes LUMA se recomienda para edades de 0 a 99+ años, el presente manual identificará de ahora en adelante (con los símbolos ●, ●, ●, ●, ● y/o ●, donde aplique) las siguientes cinco poblaciones:

A.) Lactantes / bebés (0-12 meses) - ●: de los 6 meses en adelante, la exploración visual, motriz y sensorial de los bloques y módulos *Luma* ofrece una rica paleta de estimulación integral al bebé: formas y colores. La manipulación de los bloques -por sí mismos, o asistidos por los formadores- resulta un ejercicio kinestésico disfrutable, que sienta las bases para el fortalecimiento de la coordinación motriz gruesa.

Observación importante: al jugar con los módulos más pequeños -sobre todo los 1's, 2's y 3's-, que sea bajo la supervisión de un adulto.

Conceptos clave, flujo del desarrollo: tamaño -> color -> forma.

B.) Infancia temprana (1-3 años) - ●: durante este periodo se activa la interacción independiente con los bloques *Luma*, mediante el juego de apilamiento, ensamblado y experimentación libre. Acompañados por la retroalimentación de los formadores, la codificación color-tamaño-valor LUMA guía el juego en torno a la relación lenguaje:estímulo-visual:número, sentando las bases para el uso continuado de *Luma* en la formación de aptitudes matemático-sistémicas en las siguientes fases de desarrollo.

Conceptos clave, flujo del desarrollo: observación -> diferencias -> caracterización.

C.) Infancia - Preescolar (3-5 años) - ●: las aptitudes potenciadas con el juego *Luma* adquieren su máxima tracción en el desarrollo del infante preescolar. El juego dirigido con los bloques trabaja de manera integral vocabularios, comportamientos y dinámicas operativas nucleares-esenciales: la relación mayor/menor; la progresión cromática de valores numéricos; la construcción de estructuras estables en contraste con inestables; por mencionar algunas. A partir de este momento, la interacción con las diferentes expansiones LUMA genera nexos hibridizantes entre las capacidades múltiples de las niñas y niños en rápido desarrollo, potenciándolas ampliamente hacia su pronto ingreso a la escuela.

Conceptos clave, flujo del desarrollo: identidad(es) -> experimentación -> posibilidades.

D.) Niñez - Primaria (6-12 años) - ●: el modelo ludo-matemático *Luma* se establece de manera formal durante esta etapa. Ejercicios comunes en este nivel incluyen a las mecánicas aritméticas en la operación con módulos de varios tipos; la experimentación con cuerpos rígidos y flexibles; el “puenteo” y la observación activa en el juego libre. A todas estas dinámicas subyace el código *color-tamaño-valor LUMA*: un estándar intuitivo que basa el sistema numérico decimal con relaciones específicas multisensoriales.

En su ejercicio constante, estas relaciones son auxiliares indispensables dentro y fuera de los salones de clase: transformando positivamente los entornos formativos al consonar *saberes-aprendizajes* fortalecidos durante múltiples fases de la vida, de ahora y en adelante.

Conceptos clave, flujo del desarrollo: *refuerzo -> aplicación -> sistematización.*

E.) Adolescencia en adelante - Formación Global Integrativa y el Ciclo R.Í.E. (12-99+ años) - ●: como hemos aprendido hasta ahora, *LUMA* es mucho más que las piezas físicas del *Kit Básico*, *la Estación de Trabajo* y lo contenido en este Manual para Formadores. Así, es en la descripción de cómo **adolescentes, adultos** y **personas mayores** pueden continuar disfrutando de *Luma*, que su modelo de aprendizaje se pone verdaderamente a prueba. Hablemos de cómo funciona su modelo de trabajo-juego, la *Formación Global Integrativa*. La clave para comprenderla es tan sencilla como su motor de tres pasos, **el Ciclo R.Í.E.:**

En sus siglas, *el Ciclo R.Í.E.* alude a **Repetición**, **Identificación** y **Escalamiento/Experimentación** -los tres principios que establecen un metabolismo completo de retroalimentación y aprendizaje continuo, para niñas, niños y formadores-. En las siguientes páginas conoceremos a profundidad, cómo es que cada uno de estos pasos cobran vida en las actividades del día a día.

Conceptos clave, flujo del desarrollo: *repetición -> identificación -> escalamiento/exploración.*



VI. EL CICLO R.Í.E.

Si bien su capacidad transformadora es impresionante, el *Ciclo R.Í.E.* no pretende reemplazar a los diferentes modelos de formación y educación preexistentes; al contrario: su estructura y motivos fundamentales brindan emocionantes posibilidades de potenciación, al dialogar y articularse con cada uno de ellos. ¡R.Í.E. es un círculo virtuoso que suma y resuena armoniosamente con todo alrededor suyo!

Observemos cómo funciona:

1) Primer tiempo - la Repetición: *"Una tarea adecuadamente repetida, se comprenderá en una operación simple; entonces, la repetición de una operación simple dará pie a siguientes órdenes de complejidad".*

Indistinto de la edad, género, cultura o situación extraordinaria-, toda situación nueva presenta al individuo dos componentes clave: un reto a resolver, por un lado; y una oportunidad de aprendizaje, por el otro. La Formación Global Integrativa invita a los formadores, a cultivar un entorno educativo donde las dudas e interrogantes -¡inclusive los problemas!- son comprendidas como la primer cara que vemos de todas las cosas nuevas y emocionantes. Consciente de que estas situaciones a menudo presentan naturalezas complejas, el *Primer Tiempo* del Ciclo R.Í.E. establece a la **Repetición** como eje clave para una **aproximación sucesiva** tan efectiva como saludable.

Así, **Luma propone a los formadores**, el alternar repetida y oportunamente entre la *atención receptiva* (al surgimiento de sentimientos contingentes: frustración, apatía o distracción disipativa, por mencionar algunos) y la *modulación asertiva* de las dinámicas de juego-trabajo formuladas.

En esta alternancia, es fundamental establecer una distancia entre formador y niños, que oscile entre las nociones de *guía* y *acompañamiento*. Es decir, potenciar su relación más allá del cumplimiento de la labor propuesta. La repetición modulada de este principio permitirá a ambas partes comprenderse observantes, atentas y respetuosas de los procesos del uno y el otro -generando desde este dinamismo retroalimentativo, un sentimiento de libertad, júbilo y confianza durante el aprendizaje-.

Este **Primer Tiempo** está presente en cada una de las piezas **LUMA**: codificado en la consistencia entre sus tamaños, formas, colores y valores. Así, 'uno/1' siempre es **uno:rojo** -así como **dos:amarillo**, **tres:azul**, **cuatro:naranja**, **cinco:morado**, **seis:verde**, **siete:blanco**, **ocho:gris** y finalmente, **nueve:negro**-. La congruencia de estas relaciones formales, construye las primeras estructuras conceptuales que guardan dentro el poder asociativo del modelo ludo-matemático **LUMA**. Los aprendizajes viajan de pieza en pieza; tornasolando sus colores con aquellos en el mundo, afuera.

2) Segundo tiempo - la Identificación: *“El conocimiento se conforma del saber-aprendizaje: comprendiendo que el primero, proviene de relaciones significativas entre saberes específicos.”*

La **Identificación** es la contraparte relacional al principio de **Repetición**. Consiste en el proceso activo de razonamiento, por medio del cual niñas y niños observan -identificando, a la vez- el surgimiento de relaciones intrínsecas/extrínsecas durante el aprendizaje iterativo. Comprendidas las formas y colores, la curiosidad natural a las mentes en desarrollo, rápidamente desprende interacciones adicionales más allá del juego presente: cómo *“dos rojos son más pequeños que un azul”*, o porqué *“la unión de un naranja conectado con un morado, es tan alta como un negro (¡siempre y cuando no esté sobre su costado!)”*. Estos ejemplos son sino versiones escritas de lo que -intuitiva y sensiblemente-, ocurre dentro de la cabeza del niño o niña. Estas identidades integrales edifican al interior de cada mente -con resultados impresionantes-, más allá de las fronteras de la edad, el género o el lenguaje.

Por supuesto, estas relaciones van más allá de las fascinantes matemáticas: las interacciones entre las múltiples piezas de la familia **LUMA** permiten entretejer relatos e impresiones creativas, que desarrollan de manera importante las capacidades artístico-imaginativas de los niños y la niñas. En la visualización de *“un edificio de diecinueve pisos”*; *“un vitral de todos los colores”*, o *“un paisaje de bosque abstracto, de vertiginosa acción”* (por imaginar algunas), la composición libre con los sistemas **LUMA**, realiza imaginaciones de forma concreta.

Así, **Luma invita a los formadores a identificar** el surgimiento de procesos y valores extraordinarios a las dinámicas de trabajo-juego: observando el desarrollo personalizado de cada niña y niño; como reflejado por su interacciones y comportamiento durante el trabajo-juego. Si bien **LUMA** es un sistema de juego ludo-matemático, la Formación Global Integrativa reconoce que el desarrollo de aptitudes matemáticas es sólo una de las múltiples caras de los sistemas *Luma*. **Se convoca** a los formadores al involucramiento activo detrás de comprender y enseñar hacia un carácter multifacético del conocimiento -¡tan variado, como el de los niños y niñas que lo recibirán!-.

Finalmente, **se propone** a los formadores el diseñar propuestas de trabajo-juego que elaboren sobre saberes-aptitudes consolidados: bloques de conocimiento ya concretados. Aquí, es clave integrar *límites y restricciones* -jugar con sólo dos colores de piezas; establecer límites de tiempo en el ejercicio, por ejemplo-. Esto detona la modulación creativa en los niños, requiriendo de ellos adaptaciones y reformulación de su identidad dentro del trabajo-juego. Para los formadores, el modificar las actividades en atención a necesidades e inquietudes específicas, reforzará la gran enseñanza del **Segundo Tiempo**: el mismo camino no siempre lleva al mismo lugar de aprendizaje; y no por seguir las mismas rutas de enseñanza, llegarán todos al mismo lugar.

3) Tercer tiempo - el Escalamiento, la Experimentación: *"La experimentación crítica guía al individuo en la identificación de patrones que rigen a los modelos con los que opera. Escalar estos principios -extrapolando; intrapolando- proyecta su desarrollo, y es la clave de su evolución."*

La **Experimentación** (como producto del **Escalamiento** de *saberes-aprendizajes*) es la evolución lógica de toda aptitud generada en el niño o niña. Cuando los bloques fundamentales del conocimiento se han **repetido** hasta comprender efectivamente sus **identidades** constitutivas y las relaciones significativas que los unen, es natural que se presenten nuevas y emocionantes inquietudes: aquellas de expandirse hacia niveles siguientes; prolongándose hacia un conocimiento sistémico mayor. El mundo se extiende tan vasto allá afuera, como lo es el conocimiento y saberes que nos permitan alcanzarlo. La Formación Global Integrativa adquiere su máxima expresión, al comprender que el desarrollo de la autonomía, identidad y experiencia del niño, va de la mano del de las herramientas que lo inscriben en el mundo al rededor suyo.

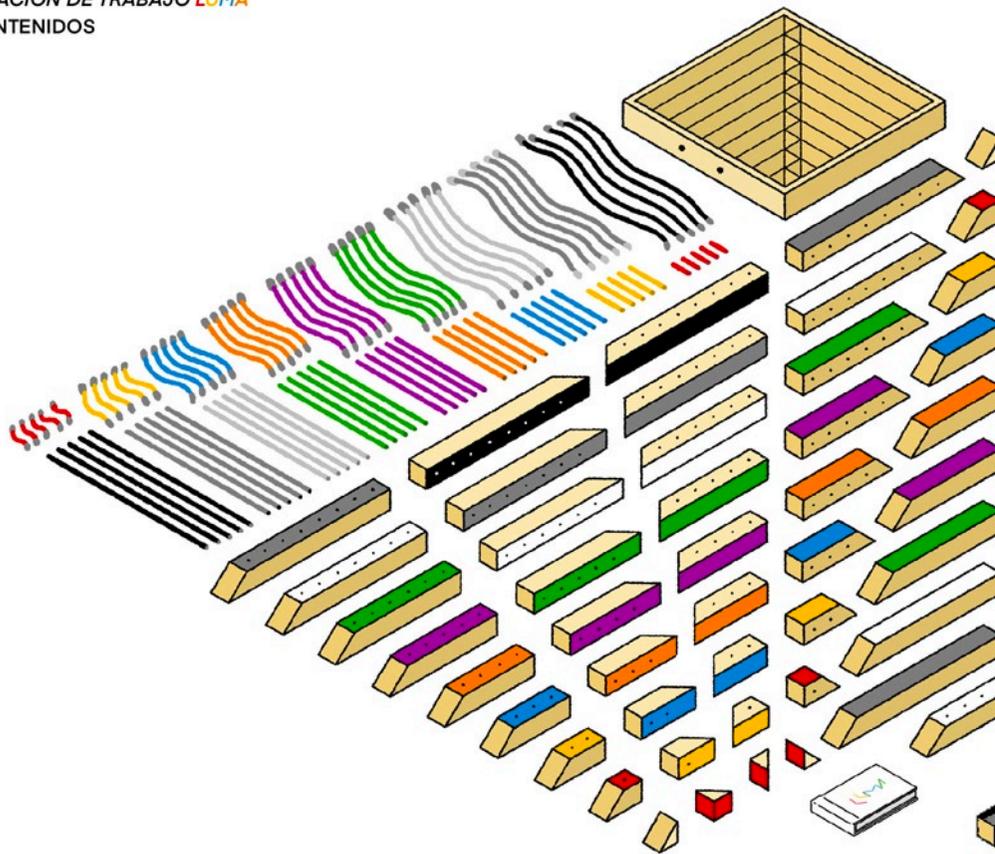
Luma propone a los formadores, llamar la atención a cómo situaciones aparentemente no relacionadas, pueden presentar comportamientos similares y/o congruentes: tal es el principio del **escalamiento** y su poder de proyección para la creación activa. En el salón de clases, observar que la relación coherente de una idea con la otra durante un ejercicio, bien puede entenderse como la primer armonía que sugiere así, una sinfonía entre individuos. Compartan resultados, adquiriendo perspectiva al identificar caminos en común desde/hacia aciertos o errores. Imaginen hacia donde llevan las divergencias; imaginando -escalando- si acaso reencontrarán un punto en común.

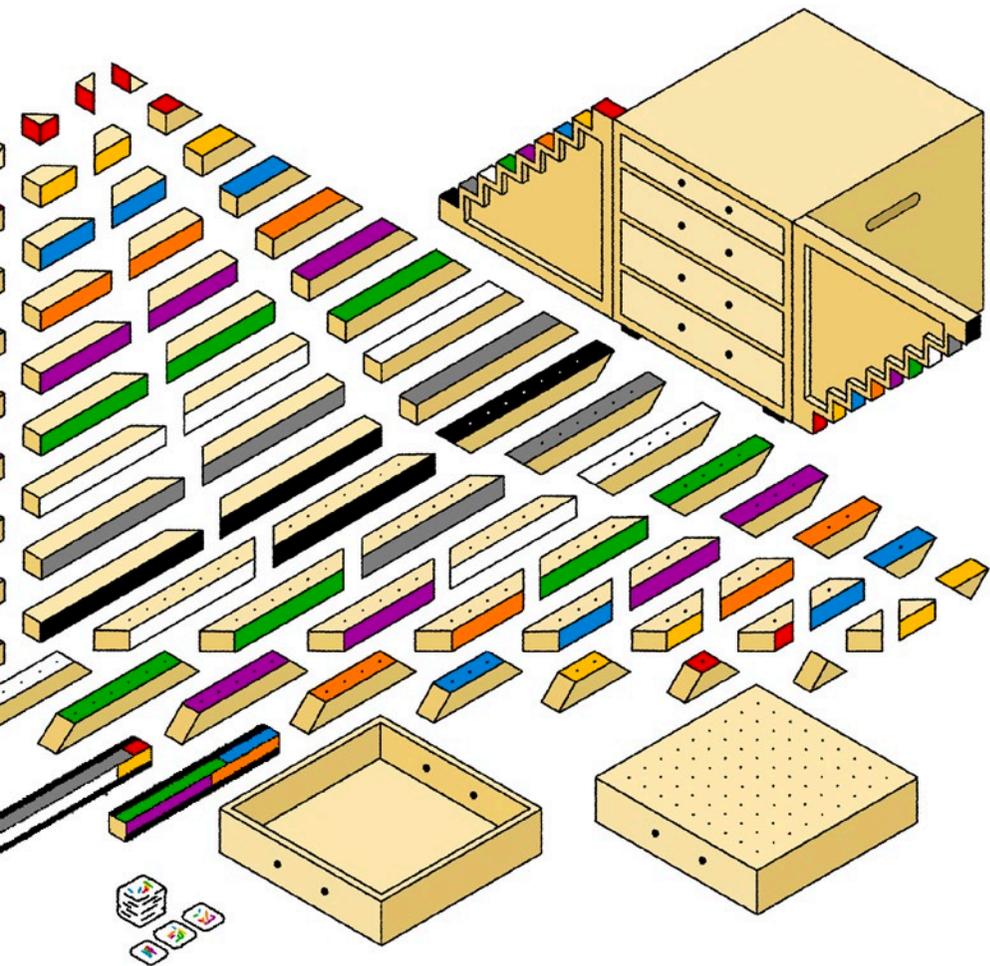
Asistiendo a esta prolongación de rutas y posibilidades, **Luma recomienda experimentar**: el júbilo creativo de los niños será la mejor brújula, al navegar un entorno donde constantemente se multiplican las opciones. Como formadores, atendamos cada una de las reacciones y procesos experimentados por los niños, entendiéndolos como *estructuras de estructuras* -contrastando y moldeándose las unas a las otras-. Ahí donde un camino se trunque, rápidamente alternar y atender otros. Esto, generando una breve pausa entre intentos -durante la cual reflexionar en conjunto lo observado previamente-, acompañando así a la niña o niño. Observen en conjunto, la proporción y perspectiva que guardan entre sí ambos escenarios; desarrollando colectivamente. En ambas, conjuren nuevas propuestas de aproximación sucesiva a la solución esperada, compartiendo por igual, éxitos y fracasos. **Experimentación** y **escalamiento** son dos impulsos mutuamente complementarios y alternantes de la última fase **R.Í.E.** -y con justa razón-:

Al culminar cada vuelta de este **Ciclo**, niños, niñas y formadores han visto ideas simples crecer en ideas complejas. Y han construido con éstas, las nuevas estructuras y bloques de aprendizaje que serán, en seguida, las bases atómicas para volver a comenzar. ¡Empecemos!



ESTACIÓN DE TRABAJO LUMA
CONTENIDOS

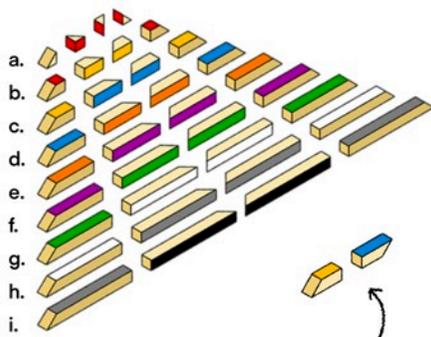




I. EL KIT BÁSICO LUMA

El primero de los tres cajones grandes en la *Estación de Trabajo* contiene **cuatro juegos del Kit Básico LUMA**, para un total de 36 piezas. Cada *Kit* uno se conforma por las siguientes piezas:

- a. **Pieza A (0-1):** cima de **tamaño-módulo** cero:(sin color), dos bases **uno:rojo**
- b. **Pieza B (1-2):** cima **uno:rojo**, base **dos:amarillo**
- c. **Pieza C (2-3):** cima **dos:amarillo**, base **tres:azul**
- d. **Pieza D (3-4):** cima **tres:azul**, base **cuatro:naranja**
- e. **Pieza E (4-5):** cima **cuatro:naranja**, base **cinco:morado**
- f. **Pieza F (5-6):** cima **cinco:morado**, base **seis:verde**
- g. **Pieza G (6-7):** cima **seis:verde**, base **siete:blanco**
- h. **Pieza H (7-8):** cima **siete:blanco**, base **ocho:gris**
- i. **Pieza I (8-9):** cima **ocho:gris**, base **nueve:negro**



Una misma pieza **C** en dos orientaciones distintas: descansando sobre su **base** y **cima**, respectivamente.

Las piezas de madera en los sistemas **LUMA** se caracterizan por ser prismas cuadrangulares de tamaño modular, cortadas de forma sesgada en un ángulo de 45°. Esto determina en sus formas, una **cima** y una **base**: las caras coloreadas superiores e inferiores de cada módulo, respectivamente. Como las regiones rectangulares fundamentales con las que opera el modelo de *juego-trabajo Luma*, es importante identificar que, en cada pieza: la **base** siempre es la región de **tamaño-módulo** mayor, mientras que la región de **tamaño-módulo** menor determina la **cima**. Los **costados** de las piezas conservan su acabado natural en madera, y sus aspectos geométricos vinculan ambos valores de formas interesantes (pero esto lo veremos más adelante).

LUMA recomienda a formadores y niños por igual, el familiarizarse de manera oportuna con los términos previamente descritos. Es decir, reforzar la **atención receptiva** vía la **repetición** de las relaciones anatómicas y formales de sus objetos de juego: **identificar** por medio de la manipulación y observación, múltiples partes de las piezas -llamándolas por su nombre-. Asimismo, **experimenten** formas, colores texturas, tamaños y pesos. Es importante que los formadores llamen la atención a identificar similitudes de estos aspectos entre unas piezas y otras, a la vez de notar las relaciones significativas que las diferencian.





III. MÓDULO DE EXPANSIÓN II - **PAR & IMPAR** Y **NORMA LUMA**

El tercer de los tres cajones grandes en la *Estación de Trabajo* contiene **cuatro juegos del Segundo Módulo de Expansión LUMA - PAR & IMPAR**. Se incluyen dos en su versión *alfa* (' α ', con orificios en *cima*/ *base* e imanes laterales) y dos en su versión *omega* (' ω ', con orificios laterales e imanes en *cima*/ *base*), para un total de 32 piezas:

s. **Pieza S (0-2)**: α y ω con *cima* de **tamaño-módulo** cero: (sin color), *base* **dos:amarillo**, dos imanes; sin huecos.

t. **Pieza T (1-3)**: *cima* **uno:rojo**, *base* **tres:azul**; un hueco, α : un imán por lado; ω : un imán en *cima*, dos en *base*

u. **Pieza U (2-4)**: *cima* **dos:amarillo**, *base* **cuatro:naranja**

v. **Pieza V (3-5)**: *cima* **tres:azul**, *base* **cinco:morado**

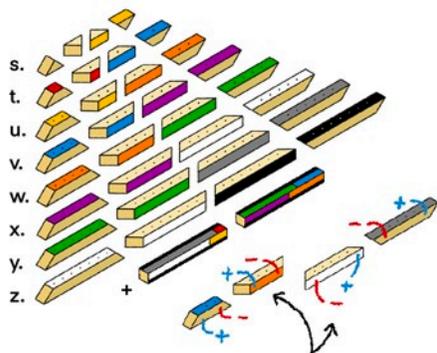
w. **Pieza W (4-6)**: *cima* **cuatro:naranja**, *base* **seis:verde**

x. **Pieza X (5-7)**: *cima* **cinco:morado**, *base* **siete:blanco**

y. **Pieza Y (6-8)**: *cima* **seis:verde**, *base* **ocho:gris**

z. **Pieza Z (7-9)**: *cima* **siete:blanco**, *base* **nueve:negro**

+ Dos piezas 'Norma' **LUMA**: prismas cuadrangulares tamaño **nueve:negro**, con cuatro propiedades complementarias **color:valor**.



Un par de piezas *alfa* -V y Y con huecos *cima*/*base*-, y un par *omega* -W y X con huecos laterales-. En los extremos de sus lados sin huecos, se alternan polos de imanes para un total de cuatro por pieza.

Estas características son universales en todas las piezas **PAR & IMPAR**, salvo por S y T.

Las piezas de la expansión **PAR & IMPAR** conservan el esquema de **colores:valores LUMA**, que han consolidado su constelación de aprendizajes y saberes. Sin embargo, su forma complementa a las de las demás expansiones, integrando nuevas posibilidades de interacción, aprendizaje y juego: ocho nuevas configuraciones **tamaño:color:valor**. Las piezas de la S a la Z, alternan valores en dos series de trapezoides: una de números impares (1-3,3-5, etc.) y una de pares (0-2,2-4, etc.). El cambio en las relaciones de colores y tamaños, complementa de forma estimulante la imaginación y construcciones de niños y niñas.

Así mismo, esta segunda expansión **LUMA** integra la pieza **NORMA**: un conveniente módulo prismático que asiste a formadores, niños y niñas, en la identificación de conceptos importantes. Sus cuatro lados muestran las identidades complementarias de los **colores:valores LUMA**, marcando también el valor máximo al que *puentean*: **nueve:negro**. Su tamaño indica también, la posición de la **línea límite decimal** -fundamental en los procesos de adición y sustracción de la *Ludo-matemática*-.



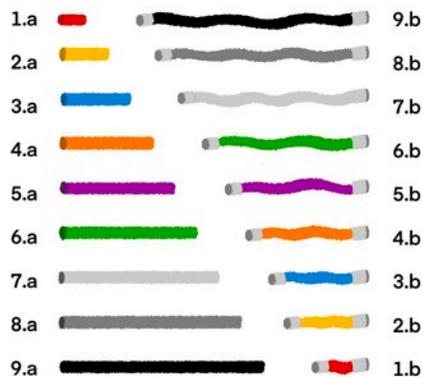
IV. MÓDULO DE EXPANSIÓN III - CONECTAR

El primer cajón en la *Estación de Trabajo* es el único diferente, y contiene **cuatro juegos del Tercer Módulo de Expansión LUMA - CONECTAR**. Cada juego se compone por nueve *conectores rígidos* y nueve *conectores suaves*; los contenidos de esta expansión suman un total de 72 piezas:

Los conectores **LUMA** se dividen en dos grupos, a según de su material:

a.) Los **conectores rígidos** son segmentos cilíndricos modulares -¡palitos de madera!-. Su acabado es idéntico al del resto de las piezas **LUMA**, y coinciden tanto en **tamaño:longitud:valor** como en grosor: su calibre corresponde al de los orificios en las piezas del segundo y tercer módulo de expansión (¡así que también embonan perfectamente en las *Plataformas Guía!*). Finalmente, cada extremo contiene un imán de un polo diferente, oculto bajo su superficie.

b.) El cuerpo de los **conectores suaves** es de cordón teñido en la gama **LUMA**. Sus extremos son cabezales de metal inoxidable y, junto con ellos, su extensión completa coincide en tamaño modular con las demás piezas. Al igual que los *conectores rígidos*, los extremos figuran imanes ocultos.



Los conectores son la última expansión esencial de la *Estación de Trabajo LUMA*. Como su nombre lo indica, *reúnen*, *vinculan* y **conectan** a las piezas de las demás expansiones: ya sea por medio de *embonar en orificios*, *adherirse por la fuerza de imanes* o ¡todas las demás formas que niñas y niños descubrirán! La variedad de materiales y acabados expande aún más la paleta de estímulos y relaciones manipulables de los juguetes **LUMA**, brindando nuevas experiencias que expanden el *juego-trabajo* y sus aprendizajes.

Todos los conceptos de este Manual son consistentes con las piezas conectoras. Esta congruencia nos llama a **experimentar** nuevas formas, planos e interacciones *ludo-matemáticas*. Cuando las construcciones, números y operaciones se extienden vertical, horizontal y diagonalmente -cuando el cordel de un número *suave* traza una curva alrededor de otro *rígido*-: ¿qué conceptos fundamentales estamos trabajando? **Formadores, niños y niñas**: ¡tendrán muchos universos que *conectar!*



VII.A EL JUEGO-TRABAJO LIBRE CON LUMA

El *juego-trabajo* libre es en esencia, el origen y destino final de cualquier sesión con los productos LUMA. Comienza tan pronto el niño o niña ponen una pieza sobre la mesa, invitando al resto de las otras. El *juego-trabajo* libre discurre a la par de un ejercicio o lección específicos, a la vez que ocurre sin darnos cuenta, durante una conversación entre formadores y niños. *Apilando, rotando, moviendo y tirando* libremente las piezas LUMA, es importante recordar que el simple disfrute visual, táctil y sonoro durante el juego no dirigido, pueden ser increíblemente edificantes.

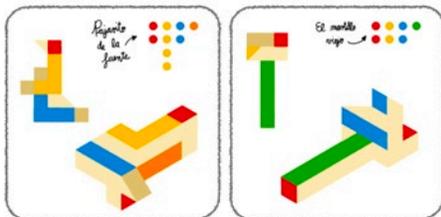
Para este efecto, la *Estación de Trabajo LUMA* provee un par de herramientas que pueden asistir las primeras sesiones de *juego-trabajo* libres entre formadores, niñas y niños: las *Tarjetas de Formas y Colores LUMA*, y las *Plataformas Guía*.

Incluidas en el reverso de las puertas de la Estación de Trabajo, se encuentran **20 Tarjetas de Formas y Colores**: ejercicios ilustrados que invitan a construir imágenes y estructuras específicas. Cada tarjeta tiene un **título, figura y forma**:

El *título* alude a la figura por realizar, y es de naturaleza juguetona, creativa: construyamos juntos las historias que dan vida a sus formas! Acompañando al título, los puntos de colores indican cuántas piezas LUMA y de qué tipo, se requieren para completar el ejercicio -a mayor número y variedad, ¡aumentará la complejidad!

Ubicada en la esquina superior contraria al título, la *figura* es el diseño final y alusivo que da forma al ejercicio. **Atención formadores**: si bien los puntos de colores muestran los recursos mínimos para la solución óptima de cada tarjeta, no desestimen que siempre existen múltiples soluciones. Observen el trabajo con tamaños-formas equivalentes, mediante el *'puenteo'* (aún cuando difieran de los colores finales); e identifiquen diseños y estructuras complementarias que expandan sobre la tarea establecida, dirigiéndola hacia su realización consecuente por la niña o niño.

Por último la *forma* se ubica al inferior derecho de la tarjeta, mostrando una proyección isométrica del volumen final construido con bloques y piezas LUMA. Este dibujo muestra la impresión frontal del ejercicio finalizado, desde la perspectiva del niño o niña: su comprensión supone un reto visual-espacial complejo disfrutable, el cual orienta la experimentación creativa hacia la resolución de la tarea.

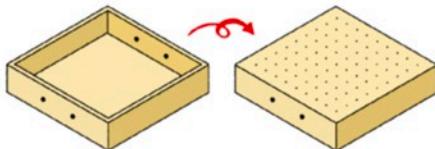


Dos figuras muy distintas: el *Pajarito de la Fuente* y el *Martillo Viejo*. **Formadores**, activen la respuesta creativa de niñas y niños: "¿qué come este pájaro, que tiene tanta sed?", "¿quién -y para qué- usó durante tantos años este viejo martillo?"

VII.B LAS PLATAFORMAS GUÍA Y LOS PROYECTOS DURANTE EL JUEGO-TRABAJO LIBRE

Las segundas asistentes al *juego-trabajo* libre *Luma*, son las *Plataformas Guía*: cuadrículas/matrices 8x8 con 64 orificios, encontradas en el reverso de cada uno de los tres cajones grandes de la Estación de Trabajo. El tamaño de estos orificios corresponde al de los módulos y piezas presentes en la tercer expansión **LUMA: CONECTAR**. Aprenderemos sobre ella en breve.

Las *Plataformas Guía* son ejemplos perfectos de la filosofía *Luma*: aprovechando todo espacio disponible, integrando posibilidades creativas que innovan y potencian al resto de sus partes. Su función va más allá de la de un soporte durante el *juego-trabajo*: las *Plataformas* introducen al modelo *Luma*, un concepto fundamental en la formación de los niños: el **proyecto**.



¡Una simple vuelta transforma un cajón en una Plataforma!

Definido como “la unidad mínima de ejecución ludotécnica efectiva”, el *proyecto* es el bloque mínimo comprobable para el establecimiento de límites, procedimientos y resultados durante el *juego-trabajo*. La integración de proyectos al flujo de trabajo, ofrece a los formadores oportunidades de seguimiento, compartimentación y evolución en sus modelos creativos, nunca antes experimentadas. El metabolismo de todo proyecto pasa por tres fases: *planteamiento*, *operación* y *resolución*. Aquí **se invita a los formadores**, a familiarizarse con ellas.

I. Planteamiento: al establecer todo proyecto, deben reconocerse su extensión y comprensión cabales. Cada niña y niño se pregunta “¿es esta una situación en la que cuento con todos los recursos necesarios?”, o “¿he de echar mano de las potencialidades y aptitudes de los demás?”. Estas respuestas basan al proyecto en su origen; marcando también así, su carácter: **individual** o **colectivo**. Las relaciones específicas desprendidas de esto, se complementarán por los límites concretos al proyecto: recursos, materiales, procesos, etc.

II. Operación: “¿Con qué herramientas cuento?; ¿cuáles son las métricas y objetivos que enmarcan a esta sesión?” Preguntas como estas se desprenden naturalmente de un planteamiento efectivo de proyecto. Al empatárseles con una guía atenta y receptiva de las instrucciones que seguirán los niños, **el vaivén operativo entre preguntas y respuestas**, entreteje una gama de potencialidades en espera de resolución.

III. Resolución: el júbilo natural de observar cerrado un ciclo productivo, es crucialmente formativo; y establece una base relacional en los niños, donde la continuidad y resiliencia intelectual/afectiva, se vinculan con una base de trabajo y juego constatables, cabalmente completados.

Guiados por estos simples principios, **LUMA** ofrece a formadores, niñas y niños por igual, la oportunidad de ver cada sesión como un **proyecto**: entendiéndolo como la unidad discreta, que vincula sus dos partes fundamentales -el trabajo con el juego—. Al comprenderlos como un proceso cíclico a completarse, los proyectos concentran múltiples factores durante el *juego-trabajo*, hacia su cristalización multifacética: aprendizaje, diversión, curiosidad y aptitudes nuevas.

A continuación, se presentan unos cuantos *proyectos*: modalidades de interacción y juego iniciales con los bloques del *Kit Básico LUMA*. Su descripción breve mantiene la intención de que formadores, niñas y niños, lean entre líneas; imaginando juntos, dinámicas y sesiones de *juego-trabajo* nuevas a partir de estos simples principios -así darán forma única a su relación-. En *curativas* se sugieren algunas **preguntas orientadoras**. Por último, recuerden: con *Luma*, la diversión y aprendizajes son el máximo experimento.

I. Descubrimiento (● ● ● ● ●): formadores, niños y niñas: ¡abran la *Estación de Trabajo* como si fuera la primera vez -con la simple intención de disfrutar!-. **Observen** sus texturas, tamaños, mecanismos y colores; a la vez que comentan todo lo que surja y vaya ocurriendo. **Conversen, platiquen**: formulen memorias y recuerdos juntos, ¡sabiendo que cada sesión con la *Estacion*, genera múltiples nuevos más!

II. Reorganizar (● ● ● ● ●): tomando los contenidos ordenados del primer cajón, saquen una a una sus piezas. Al ver cómo adquieren **nuevas estructuras** en un mundo que no es del tamaño de la cajita, preguntémosnos: *¿por qué mantenerlas en orden?, ¿por qué proponemos nuevas configuraciones?*

III. Juego libre I (● ● ● ● ●): con las piezas de un cajón fuera, no tiene sino todo el sentido del mundo, comenzar a *apilarlas*. **Mediante la manipulación y juego libre, familiarizense** también con el *juntar, mezclar, inclinar y rotar* de las piezas. *¿Cómo interactúan unas operaciones con otras?; ¿cómo comparamos entre piezas: tamaño, forma, color?; ¿por qué algunos preferimos unas piezas por sobre las demás?*

IV. Juego libre II (● ● ● ● ●): echando mano de nuestra **coordinación motriz gruesa y fina**, emprendamos juntos en la **construcción** de mundos y estructuras. Un primer ejemplo básico -de todos los que ocurrirán-: concentrémonos, al apilar los nuevos bloques básicos por tamaños. En la base los *mayores*, ascendiendo con los *menores*. Para las y los más aventurados: *¿es posible invertir esta construcción?*

V. Juego libre III (● ● ● ● ●): tan pronto comenzamos a construir, nos exponemos a las **complicación y frustraciones** -una pieza no se alinea con otras como lo deseamos; o *“me hace falta la que quiero”*-. Cuando aquella construcción lograda con múltiples esfuerzos, colapsa repentinamente; formadores, niños y niñas, **identifiquemos**: *¿cómo nos sentimos al respecto?; ¿qué necesitamos por ahora?*. **El desarrollo de la tolerancia a la frustración**, nos reencuentra con nuevos amigos: el **error y el fracaso**. Si escuchamos lo que tienen qué decirnos, entenderemos su maximo regalo: la oportunidad de volver a comenzar.

VI. Con-jugar (●●●●): más que un proyecto, el **con-jugar** es una modalidad de casi toda sesión de *juego-trabajo*: es aquella que **invita al otro** a nuestro entorno; o **nos integra** al suyo. Formadores, tomen a las *Plataformas Guía* como el punto de partida: asignando múltiples niños y niñas por *Plataforma* (máximo sugerido: 4 -un niño o niña por lado), integren a la sesión, conceptos fundamentales en la convivencia y diálogo asertivo entre pares. La *paciencia* y la *alternancia*, pueden manifestarse entre los integrantes del proyecto, como el **tomar de turnos**, y las **tareas especializadas**: asignando uno o más tipos de pieza por integrante, *¿cómo cambian las estructuras construidas, cuando alternamos el orden en que los niños las colocan sobre la Plataforma?* Si modificamos el orden de turnos, *¿qué diferencias hay en el resultado final?* Cuando uno se potencia por los esfuerzos del otro, ¡la suma será mayor que sus partes!

VII. Tarjetas de Formas y Colores I (●●●●): formadores, repartan un par de tarjetas por niño y niña; de entre las cuales cada uno deberá escoger la que más le guste. Con los contenidos de los tres cajones grandes frente a todos, a continuación, noten los círculos de colores en la esquina superior derecha -éstos indica el tipo y cantidad de piezas necesarias para la construcción de su forma-. Sin límite de tiempo, **estudien juntos su complejidad**, así como las orientaciones, niveles y posiciones de sus diversas formas. *¿Cuáles son las primeras piezas en colocarse?, ¿cuáles las últimas?* Aquellos que terminen rápido, comienzan con su otra tarjeta; quienes nos tomamos más tiempo -no hay prisa, veamos qué sigue!-

VII. Tarjetas de Formas y Colores II *con-jugando* (●●●●): esta modalidad convierte a los proyectos individuales, en colectivos. Para este efecto, los formadores pueden elegir tarjetas de **niveles mayores de complejidad, asignando sus tareas acordemente a grupos de *juego-trabajo* con necesidades y aptitudes correspondientes**. Este proyecto presenta amplia modulabilidad, al proponer sus múltiples partes para una cómoda progresión gradual en la resolución. Formadores, recuerden que las *Plataformas Guía* asisten el alineado de las piezas, y la conformación de tareas especializadas por turnos. Si la tarjeta en cuestión es compleja o de un tamaño mayor que el que cabe en una *Plataforma*, enhorabuena: prueben juntar más de una, lado a lado -formando así un equipo de equipos, ¡y la expansión de mundos!-

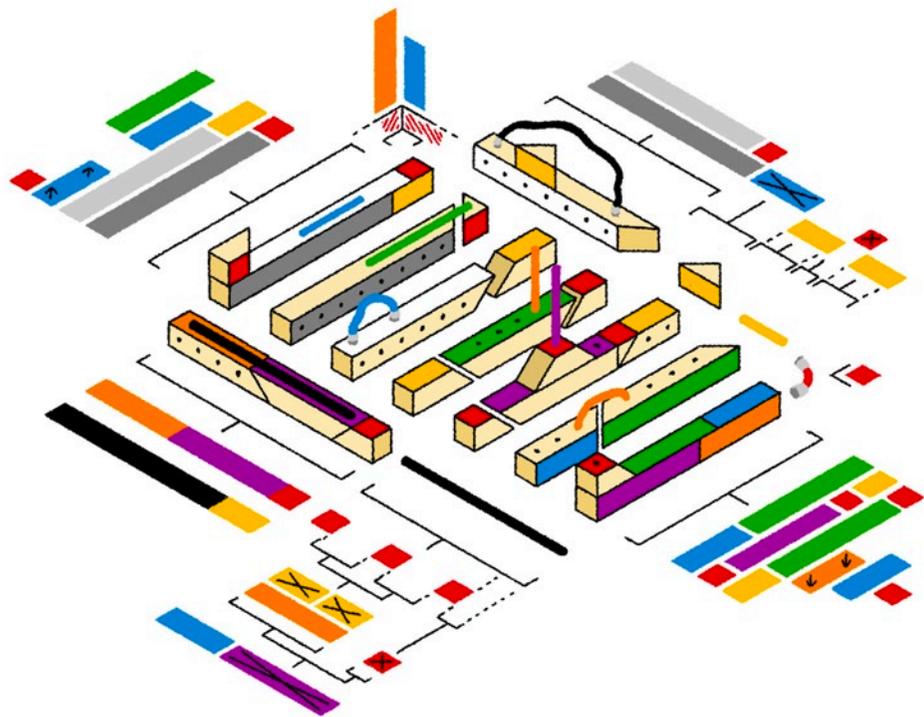
VII. Tarjetas de Formas y Colores III (●): con especial énfasis para los formadores, se llama la atención a las diversas métricas del desarrollo observables durante el *juego-trabajo* con las tarjetas. En su fortalecimiento, no pierdan de vista el **establecer límites y retos específicos** -cronometrar la tarea, establecer un tiempo máximo para su resolución; solicitar al niño o niña el resolver la tarea con piezas equivalentes pero diferentes a las requeridas por la tarjeta, etc.-. Estos grados adicionales de dificultad, proveerán a las piezas y tarjetas **LUMA** de una nueva vida expandida, ¡y acompañarán al niño y niña en su evolución proporcional!

Esta es sólo una muestra de las posibilidades del *Kit Básico*, durante el *trabajo-juego* libre. A continuación, conoceremos juntos las múltiples dinámicas del modelo de enseñanza **LUMA**: conceptos, relaciones y prácticas que establecen de por vida, su poder **ludo-matemático**.



LUMA: LUDO-MATEMÁTICAS

MODELO DE ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS
CON LOS SISTEMAS Y JUGUETES LUMA



VII.C LUMA: LUDO-MATEMÁTICAS ●●●

Todos los principios aprendidos hasta ahora, sientan las bases para la realización del potencial puro de **LUMA**: su integración a un sistema de trabajo y juego que opera nociones fundamentales de abstracción espacial y lógica matemática. Ahora observaremos cómo -consciente e inconscientemente-, estos principios potencian el desarrollo temprano de niñas y niños tan felices, como completos: aprendiendo juntos un *lenguaje de lenguajes*: **las matemáticas**.

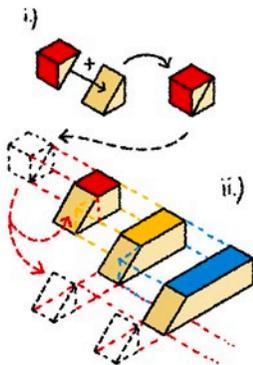
Los sistemas **LUMA** están diseñados para establecer relaciones intelectuales duraderas en los niños, desde muy temprana edad. Su escala cromática -tres colores primarios, tres secundarios, y los tres puntos del gradiente lumínico- provee anclajes multisensoriales para una aproximación afectiva hacia nociones abstractas: *los números básicos del sistema decimal*. Plasmando su naturaleza en un círculo cromático de nueve sectores, **esta relación fundamental se llama *identidad numérica* y, al corresponder cada una con un color estandarizado y consistente**, codifican un sistema de referencias denominada como '**la identidad color:valor**'. El *color:valor* en *Luma* asiste a los formadores al integrarse en dinámicas lúdicas y educativas. Su implementación **repetida** y reforzada, **escala** hasta conformar bases intelectuales que los acompañarán de por vida. Todo esto comienza, comprendiendo un principio poderoso en *Luma*: el *puenteo*.

EL PUENTE

"*Todo número encierra dentro de sí, una cantidad infinita de otros números.*" Esta no sólo es una realización compleja, sino fundamental en la aritmética que aprendemos desde niños, hasta los teoremas matemáticos más elevados que conforman el avance y progreso en nuestra sociedad. Comprenderla es sencillo -y, en el proceso, aprenderemos cómo operar *Luma puenteando*-. Comencemos con el ejemplo más simple:

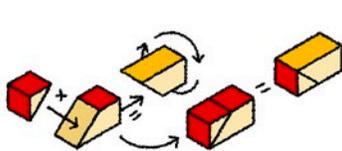
i.) Al tomar un par de piezas **A** y juntarlas por medio de sus lados diagonales, conformaremos un cubo. Este cuerpo geométrico tiene cuatro de sus seis caras iguales, coloreadas con el primer color *Luma*, **uno:rojo**. El volumen que ocupa esta **unidad tridimensional**, corresponde al básico **módulo-número 1**. Si comprendemos que cada pieza **A** está contenida como *una mitad del entero '1'*, comenzaremos a entender el *puenteo*. Observemos cómo progresa.

ii.) A su vez, este **módulo unitario** está presente en las demás piezas **LUMA**: cómo múltiplos y/o fracciones en cada una de ellas -el número **tres** contiene **una vez al uno** y **una vez al dos**, por ejemplo-. Veremos en los siguientes pasos, cómo el color de las caras denota su número entero, y es **con esas caras, que la mayoría de las operaciones *Luma*, se desarrollan**.

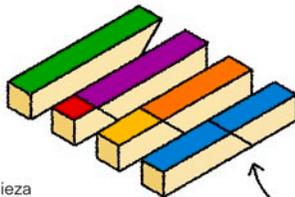


Antes de continuar familiarizándonos con el *punteo*, prestemos **atención formadores, niños y niñas**: mientras descubrimos *Luma* en estas simples líneas, tomemos las piezas de estos diagramas y hagamos lo mismo. Júnten una con otra, lado a lado; **identificando** que la diferencia en sus tamaños, es correspondida en su color. **Repitan** esta operación entre diferentes tipos de piezas, **experimentando** con sus *rotaciones, apilamientos* y demás interacciones.

iii.) **Puntear equivale a comprender qué partes contiene el todo.** De ahí proviene su nombre: puntear 'lleva' a las *partes* constitutivas de algo, hacia su inclusión al formar *el todo*. Y viceversa. Un número es siempre, el complemento entre otros. A través del punteo, vemos cómo se forman **identidades numéricas** al agregar 'dentro suyo' otras:



'Dos veces **uno:rojo**' (en este caso, una cara de la pieza A, junto con la cima de la pieza B) es del mismo tamaño que **dos:amarillo**.



Los tres pares aditivos que suman complementariamente la **identidad 'seis:verde'**: '**uno+cinco**;', '**dos+cuatro**' y '**tres+tres**;', representados por las piezas **B+E**, **C+D** y **C+D**, respectivamente.

El último par demuestra la **propiedad conmutativa**.

iv.) Jugar con *Luma*, da vida consciente –e inconscientemente– a la **identidad color:valor** de sus piezas; demostrando las relaciones que hay entre *cantidades relativas* y *cantidades absolutas*: los números menores se agregan y conforman cantidades diferentes: **mayores, menores, equivalentes**. El juego libre llama la atención de los niños a procesos emergentes representativos de principios clave en las matemáticas más avanzadas. Por ejemplo, la propiedad conmutativa de la suma ("*el orden de los factores no altera el producto*"), se observa en el ensamblado alternado de un mismo par de piezas.

Cuando los niños (¿así como los formadores!) **comprenden el punteo, sientan bases intuitivas y fundamentales del pensamiento matemático**: la suma y resta *juntan* o *separan* unas partes con otras; la multiplicación *agrega* múltiples instancias de una cosa, *dentro* de la misma *unidad*, etc. Al **escalar** este principio, los niños conducen un proceso de abstracción donde la **repetición** adaptada de **identidades color:valor**. El cual proporciona a ejercicios más complejos, una familiaridad afectiva efectiva.

Por último, he aquí **un ejercicio simple para que formadores y niños practiquen periódicamente el punteo**: al guardar de nuevo las piezas en los tres cajones grandes de la *Estación de Trabajo*, observen cómo en cada uno hay lugar para nueve hileras de piezas **LUMA**, repartidas en dos niveles. La única forma de que los cuatro juegos quepan cómodamente, es formando nueve sumas complementarias de piezas cuyas caras sumen '9' -nueve *punteos* por nivel apilado-. ¿Listos? ¡Comencemos!

VII.D LUMA: LUDO-MATEMÁTICAS - BASES ARITMÉTICAS ●●●

En las páginas anteriores hemos establecido juntos cómo funciona el *punteo*, así como su importancia en la *ludo-matemática*. En los siguientes párrafos, observaremos aplicaciones simples que integran al juego manipulable de las niñas y niños, las bases elementales de la suma, resta e inclusive la multiplicación y trabajo con fracciones. Los siguientes ejercicios complementan excelentemente los modelos de enseñanza preexistentes, y aplican para toda la línea de sistemas de la familia LUMA.

Atención formadores: a partir de estas páginas es fundamental que tanto ustedes como las niñas y niños, cuenten con un manejo sólido de la equivalencia LUMA color:valor. Recordémosla: **uno:rojo, dos:amarillo, tres:azul, cuatro:naranja, cinco:morado, seis:verde, siete:blanco, ocho:gris, nueve:negro**. Si aún no la tenemos clara, enhorabuena: ¡este es el mejor pretexto para regresar a las páginas anteriores y jugar hasta estar listos!

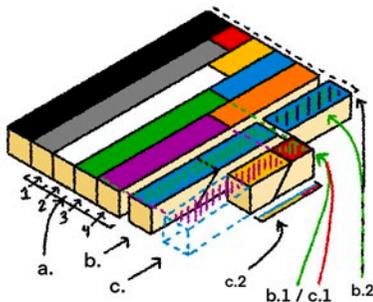
LA SUMA Y RESTA ●●●

El esencia, el *punteo* es la suma y la resta disfrazadas -¡ha llegado el momento de (re)aprenderlas!-. Todo lo que aprenderemos a partir de este momento, se fortalece con la **repetición** lúdica del *punteo*. Formadores, niños y niñas: observemos cómo hay sumas y restas, en cada construcción con bloques y piezas LUMA.

i.) **Sumas y restas de primer grado (adiciones ≤ 9 . y sustracciones con resultado $0 \leq 9$):** estas operaciones son el caso más simple del *punteo* -si practicamos las *identidades complementarias* del número **nueve:negro**, el resto es igual de sencillo-. Al colocar dos piezas/módulos juntando sus caras de colores, **midan el tamaño total del segmento** usando la pieza del *Kit Básico* que empare. Juntar múltiples colores, equivale a un sólo **color:valor** más grande/mayor. Cuando el *punteo* agrega piezas, ¡es la suma!

De forma *inversa*, si quitamos a una identidad *punteada* una o más piezas, estamos restando: el **color:valor** de la(s) pieza(s) remanente(s) será el resultado!

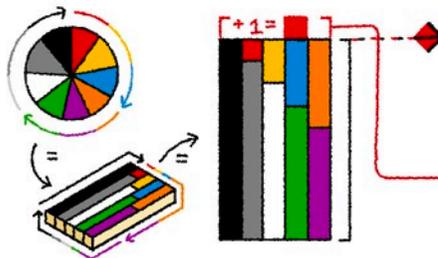
Atención formadores, niños y niñas: la suma y resta también ocurren al *apilar*, *rotar* y *parar* las piezas. ¿Cómo? ¡**Experimenten**, platicuen y discútanlo mientras construyen!



a.) Las cuatro *identidades complementarias* de **nueve:negro**, la penúltima (a.3: 'seis+tres') mostrando:
en b.1) cómo 'tres+tres' = seis; y por ende
en b. y b.2) 'seis+tres' = 'tres+tres+tres' = nueve

Y la última (a.4: 'cinco+cuatro'), en conjunto *restando*:
nueve - tres = 'cinco+uno' (c. y c.1), entonces
y 'tres+tres' - 'dos+uno' (de c.2) = tres

El diagrama anterior sintetiza todo lo que hasta ahora hemos aprendido. Con paciencia -y sobre todo jugando!- formadores, niñas y niños lograremos comprender su juego de formas, colores y número. Para la clara explicación de los siguientes principios matemáticos, sin embargo, abandonamos su *perspectiva isométrica*, y usaremos de adelante diagramas *cenitales* de las piezas -como vistas desde arriba-. Así, observaremos juntos a los colores ¡operando matemáticas de verdad!



Esta **línea** imaginaria se llama (y denota) el **límite decimal**. Marca el **tamaño máximo de cualquier pieza LUMA** singular -el color:valor **nueve: negro**-, así como el **remanente decimal**.

Formadores: refuercen con los niños, el **identificar** este importante límite y sus términos -no solo en los sistemas *Luma*, ¡sino también en el sistema decimal!-

Comprendan juntos que **más allá de esta línea** no existe una pieza de mayor tamaño. Al cruzarla, hemos **cerrado el círculo cromático LUMA** (i), dando así un **salto decimal de posiciones**: agreguemos la pieza/valor que sigue en el ciclo **-uno:rojo-** a la siguiente posición en las cuentas.

ii.) **Sumas y restas de segundo grado (adiciones ≥ 9 , y subtracciones con resultado ≤ 0):** cuando trabajamos con cantidades iguales o mayores a diez, las piezas **LUMA** nos acompañan en la transición hacia los siguientes niveles de abstracción numérica: la asignación de valores potencialmente incrementales, con base en la lectura dígito-decimal. En el juego, la posición horizontal y vertical de las piezas deriva un lenguaje visual que empata con el de las matemáticas. Para comprenderlo, se introducen dos conceptos *ludo-matemáticos* fundamentales: la **línea límite decimal**, y los **órdenes**.



i.) La operación que suma **ocho más cuatro**, se representa al tomar una pieza **H** y un **D**, uniéndolas por sus caras **ocho:gris** y **cuatro:naranja**. Esto las **conjunta** en la **identidad 'ocho+cuatro'** (ii).

ii.) Por medio de la **identidad complementaria** del puente, observamos cómo **'ocho+cuatro'** equivale a **'nueve+tres'**. **Tres** se encuentra cruzando la **línea límite decimal**: es un **remanente decimal**.

iii.) Cuando ocurre esto, tomamos la primer **unidad** del **remanente**, y la **'bajamos'** al siguiente nivel inferior de la cuenta, **retirando de la cuenta, las piezas al otro lado de la línea**. Al **bajar** las piezas, trasladamos valor de un orden a otro. Su inversa -*subir*- tiene el efecto contrario, y se usa al restar.

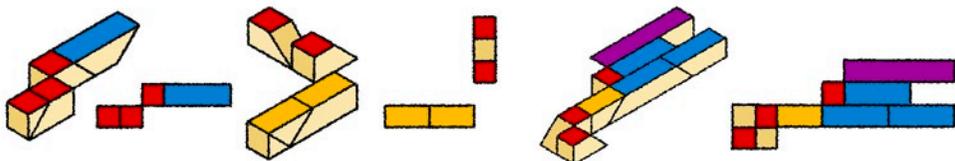
iv.) Si alguno de los órdenes del remanente continúa rebasando la **línea límite decimal**, repitan este proceso: empezando con los **órdenes superiores**, y bajando.

(Formadores y niños aprendiendo: ¡usen una pieza **negra:nueve** para verificar dónde está la **línea!**)

v.) Cuando no haya más operaciones que realizar, en el **remanente** se leerá el resultado: de **abajo-hacia-arriba**, o de **izquierda-a-derecha**.

Aquí **uno:rojo** en las decenas y **dos:amarillo**, en las unidades: ¡**doce!**

Antes de continuar con las operaciones aritméticas más elaboradas, hagamos juntos una breve pausa: formemos frente a nosotros, las siguientes tres configuraciones usando bloques LUMA. Una vez listas, interpretemos sus órdenes y descifremos juntos: ¿qué número representa cada constructo? He aquí un reto adicional para formadores: generen sumas y/o restas cuyos resultados den las configuraciones aquí presentes. Trabajen junto con los niños, repitiendo y comprendiendo plenamente cada operación.



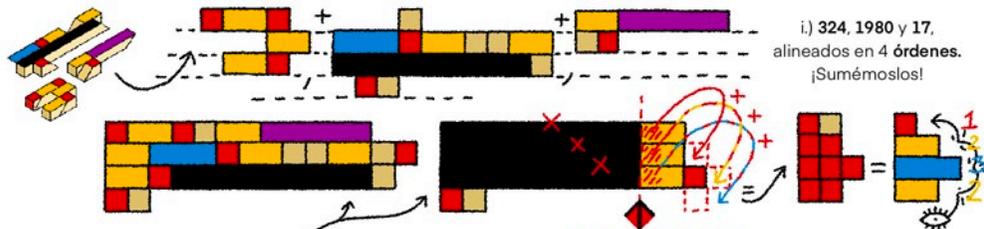
i.) 'uno:rojo+uno:rojo' en las decenas, 'uno:rojo+tres:azul' en la unidades:
¡Veinticuatro!

ii.) 'dos:amarillo+dos:amarillo' en las decenas de millares, 'uno:rojo' en las unidades y centenas:
¡Cuarenta mil ciento uno!
(Si uno o más órdenes quedan sin remanente, respetemos su espacio vacío o marquémola con el lado sin color de una pieza de tamaño equivalente: ¡así se marca el '0'!)

iii.) La prueba más difícil, ¡esforcémonos para encontrar el resultado!

Siempre y cuando observemos el espacio vertical entre los distintos órdenes, el resto de los remanentes pueden acomodarse como gusten. Atentos, formadores, niños y niñas: ¡aquí es cuando resulta más importante observar si alguno de ellos rebasa su respectiva línea límite decimal!

iii.) **Sumas y restas de números multi-ordinales:** los sistemas LUMA acompañan a los niños en la comprensión del sistema decimal y la relación que guardan las potencias de 10 'al moverse a la izquierda o derecha' de un número. Luma da nombre a estos lugares '-órdenes-': la posición vertical de cada pieza en la operación aritmética, como vista desde arriba y en relación a cuán cerca está del niño. Esto asiste a los niños en la comprensión de números cada vez más complejos. A continuación se desarrolla cómo sumar cantidades con órdenes mixtos.



i.) 324, 1980 y 17, alineados en 4 órdenes.
¡Sumémoslos!

iii.) Al juntar sus piezas respetando los órdenes, procedemos a puentear cada orden hasta el máximo valor posible y sus remanentes (iv).

iv.) Si su valor total cruza la línea límite decimal, bajamos piezas al siguiente orden. Al llegar al último, podemos puentear todas las piezas en sus módulos más simples y conocer el resultado. Leyéndolo de abajo-hacia-arriba, (o alejándose de nosotros, si tenemos las piezas frente a nosotros): ¡2321!

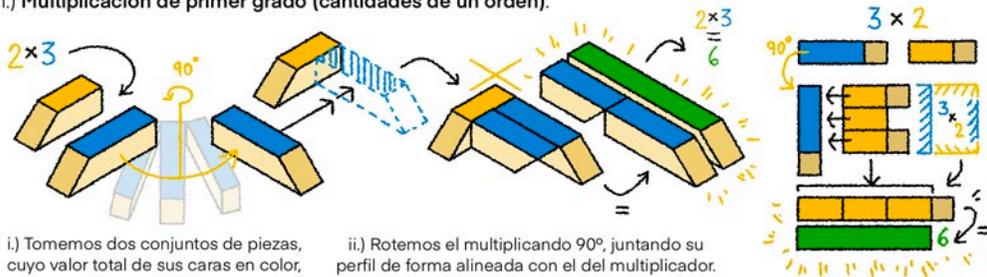
LA MULTIPLICACIÓN - HACIA LA DIVISIÓN Y TRABAJO CON FRACCIONES • •

Las herramientas que hemos desarrollado hasta ahora -el *punteo*, las *identidades complementarias*, el *bajar/subir* en la adición y sustracción, la *línea límite decimal*, entre otras- nos alistan para temas de la aritmética a nivel primaria, usualmente considerados complicados: la multiplicación y división (preparándonos para el trabajo con fracciones). Como veremos en las siguientes páginas, estas *operaciones de segundo grado* operan **escalando** los principios que hemos **identificado**, **repetido** y reforzado junto con los sistemas **LUMA**. Si continuamos diligentemente el *juego-trabajo* formadores, niñas y niños: ¡llegaremos cada vez más lejos!

LA MULTIPLICACIÓN

La **multiplicación** sintetiza en una misma operación, el agregar tantas instancias de una cantidad, como de otra -multiplicar es sumar, ¡sintetizando!-. El *punteo* y suma son todo lo que necesitamos para comprender la multiplicación con *Luma*:

i.) Multiplicación de primer grado (cantidades de un orden):



i.) Tomemos dos conjuntos de piezas, cuyo valor total de sus caras en color, represente las cantidades en nuestra operación: *multiplicador* y el *multiplicando*. En este caso una pieza **C** y una **D**, para ejemplificar 2×3 .

ii.) Rotemos el multiplicando 90° , juntando su perfil de forma alineada con el del multiplicador. Completen el perfil con tantas piezas iguales, como sea necesario. Una vez listo, ¡tomen las piezas alineadas y *sumen por medio del punteo* o cuéntenlas para obtener el resultado!

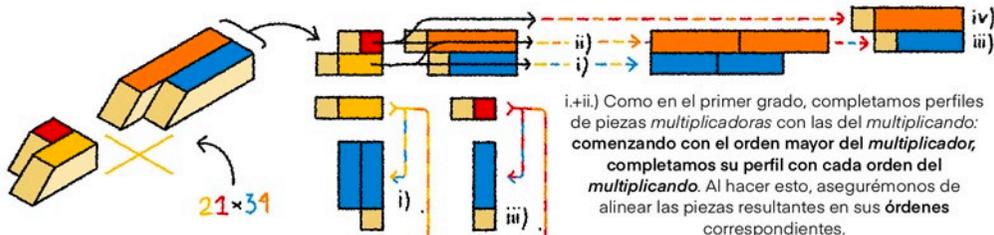
iii.) Observemos la *propiedad conmutativa*: ¡el orden de los factores, no altera el producto!

La multiplicación integra al *juego-trabajo* libre, nuevos niveles de lectura a las construcciones y **proyectos** realizados. A la vez que rotamos, juntamos y apilamos piezas equivalentes, observamos cómo la construcción de estructuras y superficies, esconde verdaderas multiplicaciones. Ensamblar una pared, **repite** un mismo valor de bloques hasta conformar murallas; la *teselación* de un mosaico en el piso, nos demuestra cómo el orden geométrico plano, guarda relaciones multiplicativas en su simetría y perfección.

Como con la suma y resta, los sistemas **LUMA** permiten trabajar con cantidades más complejas -de múltiples órdenes, inclusive-. ¡En la siguiente página veremos cómo!

ii.) Multiplicación de segundo grado (cantidades *multi-ordinales*):

La multiplicación entre números *multiordinales* la operación más compleja figurada en este *Manual de Formadores*. Es también, un testamento de la enorme capacidad ludo-matemática LUMA: operarlas es dominar múltiples herramientas transformadoras para el desarrollo de niñas y niños tan juguetones como completos. Aprendamos este fascinante proceso con paciencia y júbilo creativo:

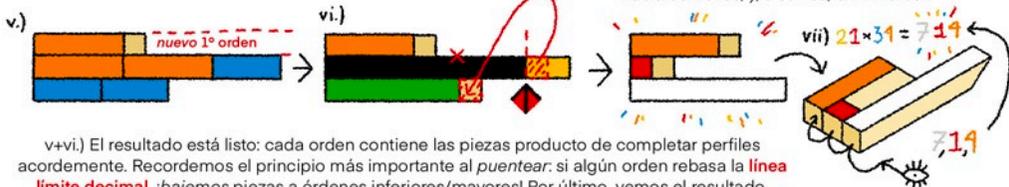


Multiplicaremos dos cantidades en dos órdenes cada una: 21×34 .

Formadores: pueden usar las *Plataformas Guía* para organizar las piezas, ¡respetando así, el importante alineamiento de sus órdenes!

i.ii.) Como en el primer grado, completamos perfiles de piezas *multiplicadoras* con las del *multiplicando*: comenzando con el orden mayor del *multiplicador*, completamos su perfil con cada orden del *multiplicando*. Al hacer esto, asegurémonos de alinear las piezas resultantes en sus órdenes correspondientes.

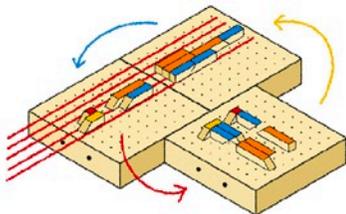
iii.iv.) Los siguientes órdenes del *multiplicador* generan piezas de la misma manera: **el primer orden de su resultado se alinea en el de su multiplicador**, acomodando los órdenes siguientes acordeamente. Esto puede *desplazar* el resultado (iv. + v.), **generando órdenes menores adicionales**: decenas se multiplican hacia centenas; y, a su vez, en millares...



v.vi.) El resultado está listo: cada orden contiene las piezas producto de completar perfiles acordeamente. Recordemos el principio más importante al *puentear*: si algún orden rebasa la **línea límite decimal**, ¡bajemos piezas a órdenes inferiores/mayores! Por último, vemos el resultado, simplificado: 714 . ¡Enhorabuena, formadores, niños y niñas!

Mientras resolvemos esta y otras multiplicaciones, no olvidemos que al interior de la *Estación de Trabajo LUMA* contamos con grandes aliados: tres Plataformas Guías.

Su retícula nos asiste en sesiones de *juego-trabajo* cada vez más complejas: en este caso, 1) nos ayuda a distinguir claramente entre los órdenes de la multiplicación, y 2) expande nuestro **proyecto**, volviéndolo **colectivo**. Multipliquemos no sólo números ¡sino también nuestro aprendizaje y diversión!

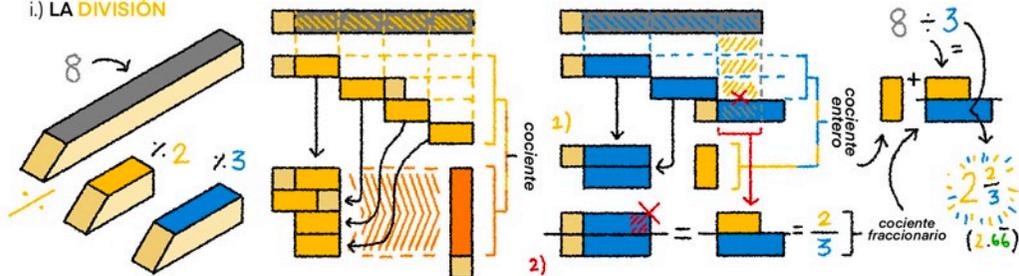


LA DIVISIÓN Y TRABAJO CON FRACCIONES • •

Como la suma y resta antes, la multiplicación y división son operaciones inversas -comprender los procesos de una, nos llevará a operar la otra-. En este último capítulo del Manual para Formadores, aprenderemos cómo visualizar divisiones de números enteros. De paso, ¡veremos surgir fracciones!

La división funciona de manera inversa a la multiplicación: busca cuántas veces un módulo 'cabe' en otro. Al primer módulo se le llamará el **divisor**; al segundo **dividendo**. La relación entre ambas -'cuántas veces cabe divisor en el dividendo' - es el resultado de la división, y es llamado el **cociente**. Por último: el divisor no siempre cabe un número exacto de veces: a menudo, **restarán** porciones 'fuera' o 'por llenar' del dividendo. En este caso, el cociente será expresado como una **fracción** (o *decimal*, cuando se representa en número); en este capítulo también, aprenderemos a identificarlas.

i.) LA DIVISIÓN

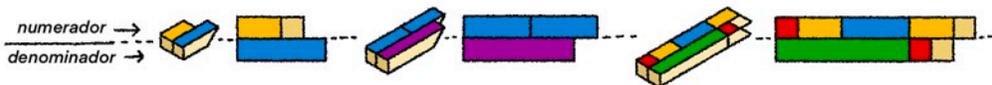


i) Partiendo del mismo *dividendo* (ocho:gris), observaremos dos casos y procedimientos de división distintos: una división exacta de cociente entero (ii.) y una de cociente decimal/con resto fraccionario (iii.).

ii.) En ambos casos, alineamos juntos tantos módulos del *divisor* como sean posibles a lo largo del *dividendo*. Así formamos dos grupos bien separados: **1)** aquellas piezas que 'caben' completas y **2)** aquellas que no. Después, contamos las piezas del **primer grupo** (o cubrimos con sus cantos alineados el perfil exacto de una pieza (como en la *operación inversa*: la **multiplicación**): ese número será el valor entero de nuestro cociente/resultado.

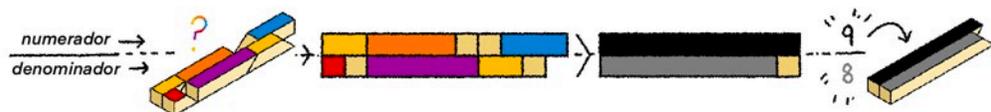
iii.) Al **puntear el segundo grupo** -la porción incompleta del divisor- podremos expresar el **resto** como una fracción: *la relación entre el restante y el divisor*. El resultado de la división reúne ambas partes del cociente: **entera y fraccionaria**.

La proporción entre piezas **LUMA** representa no sólo números, sino relaciones matemáticas importantes: es momento de trabajar con fracciones. **Al ubicar el color de una pieza sobre el otro**, inmediatamente notamos dos elementos fundamentales de las fracciones: una **numerador** (la pieza superior), y un **denominador** (la inferior). Formadores, niños y niñas: **¡nombremos las siguientes tres fracciones!**



EL TRABAJO CON FRACCIONES • •

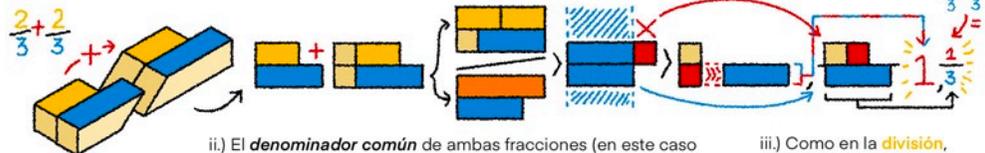
Con las piezas LUMA podemos formar cualquier fracción imaginable: mediante el *punteo* y uso de *órdenes*, es posible expresar *numeradores* y *denominadores* como fracciones simples. Practiquemos:



Entonces, a partir de fracciones simples, es posible operar la **suma**, **resta** y **multiplicación** de fracciones:

LA SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

i.) Fracciones con denominador común:

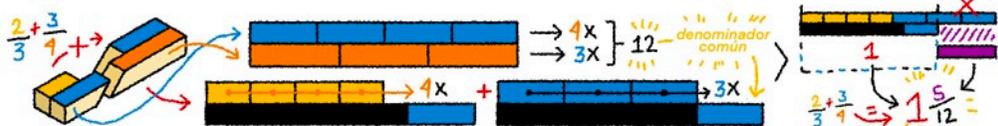


i) Este primer ejemplo muestra la **suma de fracciones con un denominador común**. En este caso, $2/3 + 2/3$.

ii.) El **denominador común** de ambas fracciones (en este caso **tres: azul**) nos permite concentrarnos en la suma entre los **numeradores**. Juntándolos, agregamos (o substraemos) sus valores y a continuación, los **punteamos**. **Si el numerador es menor que el denominador en este punto**, la fracción puede expresarse como el resultado ($4/3$ aquí, si fuera el caso). **Cuando el numerador es mayor que el denominador** tras el *punteo*, procedemos al siguiente paso.

iii.) Como en la **división**, **obtendremos la parte entera del resultado** al 'repartir' módulos del **denominador** sobre el **numerador**, contándolos (**1**, en este caso). El **remanente** continuará expresando su numerador, en la fracción del resultado ($1/3$).

ii.) Fracciones con denominador diferente:



i) Ahora que trabajaremos con la **suma de fracciones sin un denominador común**, usaremos $2/3 + 3/4$.

ii.) Para obtener el **denominador común** a las fracciones a sumar, formamos hileras paralelas con cada uno de sus denominadores. Cuando todas empaten en tamaño, ese valor será el **denominador común** (o **mínimo común múltiplo -'m.c.m.'**) a todas. Notando cuántos módulos tomó a cada fracción alcanzarlo, sabremos **cuántas veces multiplicar su correspondiente numerador**.

iii.) Al agregar tantos módulos de numerador como veces 'quepa' su denominador en el **m.c.m.**, podremos sumar todas las fracciones. Simplifiquemos el resultado *punteando*.

Por último, ¡veamos cómo funciona la multiplicación de fracciones con las piezas LUMA!

LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN CON FRACCIONES • •

La fórmula general de *multiplicación* y *división* de fracciones continúan funcionando con LUMA. Estas operaciones son una gran manera de repasar las páginas previas -y el mejor cierre a esta parte del Manual!-

Así, la **multiplicación de fracciones** opera:

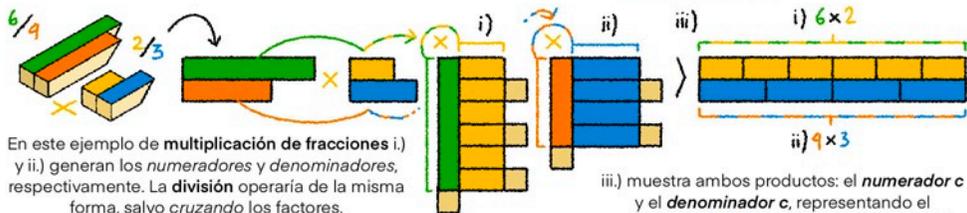
$$\frac{\text{numerador A}}{\text{denominador A}} \times \frac{\text{numerador B}}{\text{denominador B}} = \frac{\text{numerador C}}{\text{denominador C}}$$

Y la **división** así:

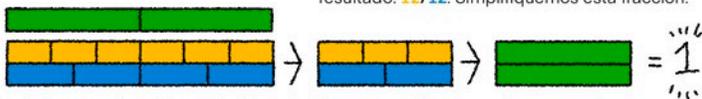
$$\frac{\text{numerador A}}{\text{denominador A}} \div \frac{\text{numerador B}}{\text{denominador B}} = \frac{\text{numerador C}}{\text{denominador C}}$$

Ejercitarlas ambas con piezas LUMA, integrará el último aprendizaje: la **simplificación de fracciones**.

MULTIPLICACIÓN DE NUMERADORES Y DENOMINADORES EN LAS FRACCIONES



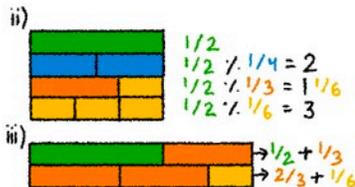
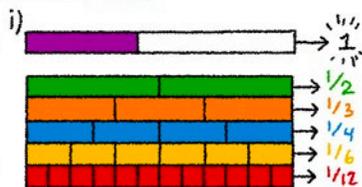
Al *puntear* el resultado con el módulo más grande posible, se simplifica la fracción.



Alternativamente, si los módulos del *numerador* y *denominador* coinciden -como al formar enteros-, pueden removerse los pares redundantes, ¡continuando con la otra forma de simplificación!

MODELO BÁSICO DE FRACCIONES LUMA

i.) Al formar cualquier hilera de piezas y definirla como nuestro valor '1', *puntearla* por módulos completos arrojará el valor de distintas piezas. Así, cada una expresará fracciones básicas: 1/2, 1/3, 1/4, etc.



ii.) A partir de estos valores, la división entre fracciones se comprende a través *punteando* con estas múltiples identidades: cuando **dos módulos de un cuarto caben en un medio**, y a la vez, son tan largos como **un tercio** y **un sexto**, comprendemos de forma integral la división de fracciones. ¡Encontremos más equivalencias, aprendiendo!

VIII. CONCLUSIONES

Felicidades formadores, niñas y niños: han completado su primer aventura *Luma* -¡leer de cabo a rabo, este gran Manual! En sus últimas dos páginas presentaremos conclusiones, preguntas finales y por supuesto, agradecimientos. Compartimos con ustedes la **visión LUMA**.

Como todas las piezas, detalles y diseños de la *Estación de Trabajo* y sus expansiones; cada uno de los ejercicios, diagramas y palabras de este primer Manual de Formadores contienen un profundo amor por el juego, las matemáticas y el conocimiento. Mismo que ahora, **convocamos** en todos los aquí presentes: Al cerrar las páginas de este tomo (o abrir las puertas de la *Estación*), recordemos que las piezas **LUMA** -sus colores, tamaños y números- son todas representaciones básicas de aquello que construye nuestra relación con el mundo. Ensamblando con ellas, estas piezas conforman *matemáticas, juego y aprendizaje*. En este proceso -bloque a bloque- niñas y niños se volverán grandes arquitectas y arquitectos.

Sumar, restar, dividir y multiplicar conforman la base de las matemáticas, **sí**; pero no es sino el espíritu de la diversión, que les da una vida que sólo el amor profundo por el conocimiento, puede integrarles. Cuando los niños toman una pieza **LUMA**, sostienen una proporción de sí mismos relacionándolos con el mundo y el universo (sí acaso labrada en madera de pino suave, pintada en dos colores con barniz brillante). **Uno:rojo** existe en múltiples formas -'una manzana' es **una manzana**-. **Dos:amarillo** nos invita a recorrer la recta numérica, bañando cada paso en **color**. Los **colores:valores LUMA** proyectan un arcoíris en el mundo interno del niño; fundiéndose en forma y número en la aventura hacia el exterior. Entonces, provistos del lenguaje que relaciona a todas las cosas, **LUMA** coloreará junto con ellos los puentes y estructuras que habrán -ó no- de cruzar. Estarán abiertas las primeras puertas, las primeras ventanas.

Estas **sugerencias, ejercicios y estrategias psicopedagógicas** establecen un verdadero *juego-trabajo*, mediante el cual los sistemas **LUMA** ofrecen a la niña y el niño una alternativa importante -crítica a lo largo de su formación-. Diseñadas para empezar desde la más temprana edad, *Luma* busca que la relación de una mano pequeña con una pieza acorde, convoque una formación y crecimientos que los encuentre a ambos, construyendo al crecer. El infante que hoy sostiene una pieza **tres:azul** para sí mismo; mañana la compartirá, sumada mucho más allá de una **nueve:negra**: ensamblando en conjunto un *juego-trabajo* colectivo con sus compañeros. **Proyectos** que ordenaron -y desordenaron (¡también se vale!)- desde muy jóvenes sus ideas, pronto figurarán las montañas del futuro. Para abarcar y darles forma, no habrá piezas **LUMA** ni *Plataformas Guía* que alcancen. Construir nuevos sistemas será entonces, su responsabilidad.

Mientras tanto, **estimados formadores: la responsabilidad es nuestra**. Donde sea que el juego, amor y conocimiento los reúna: *¡júcidos sean sus juegos y aprendizajes; brillante cuán luminosa sea su libertad!*

IX. AGRADECIMIENTOS

El desarrollo del primer prototipo del *Kit Básico LUMA*; el Primer, Segundo y Tercer *Módulos de Expansión* (I: *ENSAMBLAR*, II: *PAR & IMPAR*, III: *CONECTAR*); la *Estación de Trabajo* y el *Modelo Psicopedagógico de Formación Global Integrativa LUMA* (así como el presente *Manual de Formadores* que lo desarrolla y contiene), han sido posibles gracias al apoyo del Programa 'Materiales Educativos para la Primera Infancia de la Ciudad de México', en cuyo Concurso el *Proyecto LUMA* es finalista en la categoría de Jugüete.

El soporte logístico y de especialidad brindado por las autoridades organizadoras, ha sido un invaluable impulso que ha dado forma al proyecto; expandiéndolo ampliamente de su visión original. Así mismo, la inversión del capital semilla otorgado, ha cristalizado los medios productivos y técnicos que aseguran la continuidad de este y otros proyectos de la familia *LUMA*. Será un gusto compartírlas con ustedes, en los meses venideros.

A nota personal, agradezco a mi familia por su apoyo infinito y constante:

A **J**avier y **N**orma por darle forma, amor y soporte (y ella, ¡hasta nombre a una pieza!) a cada una de nuestras aventuras.

A **D**iana, cuyo amor-cristal claro y fuerte pintó cada una de las piezas *LUMA*, pues suyo es el orden.
Te amo.

A mi padre, **H**ector -pues muchas de las razones siguen siendo suyas-.

A mi madre **B**eatriz, porque ella -lúcida- lo pudo todo.

LUMA y todo lo aquí contenido es propiedad de Adrián Regnier Chávez, y se produjo de febrero a abril de 2020 -¡durante plena cuarentena!- en *La Colmena*, Ciudad de México, México

Si quieres saber más de *LUMA*, su creador y más proyectos emocionantes, ¡usa este código QR para visitarlos en AdrianRegnier.com !



L

L

M

A